موضوع الرياضيات لشعبة تسيير و اقتصاد بكالوريا 2011

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2011

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المــدة: 03 ساعات و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03 نقاط)

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاثة اقتراحات من بينها واحد فقط صحيح، حدّد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير.

1) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x+2) \leqslant \ln 3$ هي:

أ. $\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right[$ ؛ ب. $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right[$ ؛ ج. $\mathbb{R}$.

2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=\frac{1}{x}$. الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x=e$ معرّفة كما يلي:

أ. $F(x)=e^{-2}-\frac{1}{x^2}$ ؛ ب. $F(x)=-1+\ln x$ ؛ ج. $F(x)=\ln x$

3) القيمة المتوسطة للدالة $g: x \mapsto \frac{x^2}{4}$ على المجال $[-2;2]$ تساوي:

أ. $\frac{4}{3}$ ؛ ب. 3 ؛ ج. $\frac{1}{3}$

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

إليك فيما يلي جدول يمثل أجور 5 موظفين في مؤسسة وطنية وذلك حسب أقدميتهم في المهنة:

الأقدمية(بالسنوات) x_i	2	8	15	19	24
الأجرة (بالدنانير) y_i	32400	35400	39600	41400	44700

1) أ. مثل سحابة النقط $M_i(x_i\,;\,y_i)$ في معلم متعامد.

($1cm$ لكل سنتين على محور الفواصل و $1cm$ لكل 1000 دينار على محور التراتيب ويبدأ التدريج على هذا المحور ابتداء من 30000).

ب. اذكر لماذا يمكننا إجراء تعديل خطي لهذه السحابة.

2) أ. عين إحداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط.

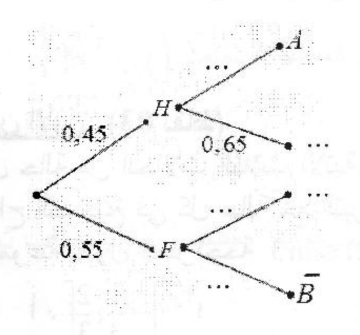
ب. لتكن $y=ax+b$ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.

- بيّن أنّ مدوّر a إلى 10^{-3} هو $556{,}356$.
- عيّن مدوّر b إلى 10^{-3} باعتبار $a=556{,}356$.

3) أ. باستعمال التعديل الخطي السابق، قدِّر أجرة موظف له 30 سنة أقدمية.
ب. بعد كم سنة من العمل تتجاوز أجرة الموظف 50000 دينارا؟

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

يتكوّن مجتمع من 55% نساء و 45% رجال، 25% من النساء يتحدثن لغة أجنبية و 35% من الرجال يتحدثون أيضا لغة أجنبية.
نختار عشوائيا شخصا من هذا المجتمع ونعتبر الحوادث التالية:
H " رجل "
F " امرأة "
A " رجل يتحدث لغة أجنبية "
B " امرأة تتحدث لغة أجنبية "



1) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثمّ أكملها:
2) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار:
أ. " رجلا يتحدث لغة أجنبية "
ب. " امرأة لا تتحدث لغة أجنبية "
ج. " شخصا يتحدث لغة أجنبية "
3) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار امرأة، علما أنّه يتحدث لغة أجنبية.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

1) لتكن f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=e^{2x}-e^{x}-x-2$
أ. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$. (نقبل أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{2x}}=0$)
ب. بيّن أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأنّ دالتها المشتقة f' تحقق:

$$f'(x)=(e^{x}-1)(2e^{x}+1)$$

ج. ادرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
2) (C) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $]-\infty;1]$
أ. بيّن أنّ المستقيم (d) الذي معادلته $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.
ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d).
ب. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-2,11<\alpha<-2,10$ و $0,81<\beta<0,82$ وفسّر النتيجة هندسيا.
ج. ارسم المستقيم (d) والمنحنى (C) .
3) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty;1]$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (03 نقاط)

عدد تلاميذ ثانوية هو 900 ، يتوزعون حسب المستوى والصنف (داخلي أو خارجي) كما يلي:

المستوى / الصنف	السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة	المجموع
خارجيون	250	200	150	600
داخليون	100	120	80	300

نختار تلميذا بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

1) احتمال أن يكون التلميذ خارجيا.
2) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى.
3) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا.
4) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى علما أنه خارجي.
5) هل الحادثتان " التلميذ من السنة الأولى" و "التلميذ خارجي" مستقلتان؟

التمرين الثاني: (05,5 نقطة)

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث: $u_0=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{2}{5}u_n+\frac{1}{5}$.

1) احسب u_1 و u_2 .
2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>\frac{1}{3}$.
3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.
4) لتكن المتتالية العددية (v_n) حيث من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=u_n-\frac{1}{3}$.
   أ. بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.
   ب. اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .
   ج. احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

يمثّل الجدول التالي الكميات المُنتجة لسلعة شركة من سنة 2006 إلى سنة 2010.(الكميات مقدرة بالطن)

السنة	2006	2007	2008	2009	2010
x_i رتبة السنة	1	2	3	4	5
y_i كمية الإنتاج	2,6	2,8	3,2	4	4,4

1 . مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.
($2cm$ يمثل رتبة واحدة على محور الفواصل، $1cm$ يمثل 0,4 طن على محور التراتيب)

2 . عيّن إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة ومثلها في المعلم السابق.

3 . أ) جد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.
ب) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.
4 . ما هي كمية الإنتاج المتوقعة خلال سنة 2015 ؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$$

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.
الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور التراتيب.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x)=1-\frac{x}{x^2+1}$.

2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

3) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$.

4) احسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

5) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)=2-f(x)$. واستنتج أن(C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.

6) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C) .

7) أ. احسب التكامل: $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$.

ب. احسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$.

<u>التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات شعبة تسيير و اقتصاد بكالوريا 2011</u>

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط لموضوع امتحان البكالوريا دورة: جوان 2011

اختبار مادة: الرياضيات الشعبة: تسيير واقتصاد المدة: 3 سا و 30 د

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الأول		
تمرين 1: (03 نقاط)		03
1) الاقتراح الصحيح هو : أ. $\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right[$ لأن: $0<-3x+2\leq 3$ تكافئ: $\frac{-1}{3}\leq x<\frac{2}{3}$	0,5×2	
2) الاقتراح الصحيح هو : ب. $F(x)=-1+\ln x$ لأن: $\int_e^x \frac{1}{t}dt=-1+\ln x$	0,5×2	
3) الاقتراح الصحيح هو : جـ. $\frac{1}{3}$ لأن: $\frac{1}{2-(-2)}\int_{-2}^{2}\frac{x^2}{4}dx=\frac{1}{3}$	0,5×2	
تمرين 2: (04,5 نقاط)		04,5
1) أ. تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i\ ;\ y_i)$	1	
ب. يمكننا إجراء تعديل خطي لهذه السحابة لأنّ نقاطها موزعة في شكل متطاول	0,25	
2) أ. لدينا النقطة المتوسطة $G(13,6\ ;\ 38700)$	0,5×2	
ب. إيجاد مدور a إلى 10^{-3} : $a=556,356$	0,75	
مدور b إلى 10^{-3} هو $31133,558$	0,5	
3) أ. أجرة موظف له 30 سنة أقدمية هي 47824,238 دينارا	0,5	
ب. تتجاوز أجرة موظف مبلغ 50000 دينار بعد 34 سنة أقدمية.	0,5	
تمرين 3: (4,5 نقاط)		
1) إتمام الشجرة $\overline{A}$ .... H : 0,45 ؛ A : 0,35 ؛ $\overline{A}$: 0,65 F : 0,55 ؛ B : 0,25 ؛ $\overline{B}$: 0,75	0,25×5	

132

(*) الشعبة : خاص بامتحان البكالوريا / السلك: خاص بالامتحانات المهنية

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) أ.احتمال رجل يتحدث لغة أجنبية هو: $0,45\times 0,35 = 0,1575$	0,5	
ب.احتمال امرأة لا تتحدث لغة أجنبية هو: $0,55\times 0,75 = 0,4125$	0,5	
جـ.احتمال شخص يتحدث لغة أجنبية هو:		
نرمز بالرمز E إلى الحادثة "اختيار شخص يتحدث لغة أجنبية"		04,5
$P(E)=0,45\times0,35+0,55\times0,25=0,1575+0,1375=0,295$	0,75+0,5	
3) احتمال أن يكون الشخص المختار امرأة علما أنه يتحدث لغة أجنبية هو:		
$P_E(F)=\dfrac{P(E\cap F)}{P(E)}=\dfrac{0,55\times0,25}{0,295}\simeq 0,4661$	0,5×2	
تمرين 4: (08 نقاط)		
1) أ. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	0,5×2	
ب. f هي مجموع دوال قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$	0,25	
ولدينا $f'(x)=2e^{2x}-e^{x}-1=(e^{x}-1)(2e^{x}+1)$	0,75	
جـ.إشارة $f'(x)$: $-\infty$ ــــ 0 + $+\infty$	0,5	
f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;0[$	0,5	
جدول تغيرات f : (انظر الجدول أدناه)	0,5	08
2) أ. المستقيم (d) الذي معادلته $y=-x-2$ مقارب لـ (C) بجوار $-\infty$ لأن:		
$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-x-2)]=0$	0,5	
دراسة الوضعية النسبية للمنحني (C) والمستقيم (d):		
$f(x)-y=e^{x}(e^{x}-1)$ وإشارته: $-\infty$ ــــ 0 + $+\infty$	0,5	
إذا كان $x>0$ فإن (C) فوق (d) وإذا كان $x<0$ فإن (C) تحت (d)	0,5	
(C) و (d) يتقاطعان في $A(0;-2)$		

جدول تغيرات f:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

133

(*) الشعبة : خاص بامتحان البكالوريا / السلك: خاص بالامتحانات المهنية

ب. بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة		
$f(-2,11) \approx 0,00346$ و $f(-2,1) \approx -0,00746$ إذن $-2,11 < \alpha < -2,1$	0,5	
و $f(0,81) \approx -0,0048$ و $f(0,82) \approx 0,0646$ إذن $0,81 < \beta < 0,82$	0,5	
التفسير البياني: (C) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β	0,25	
ج. رسم (C) و (d)	0,25+0,75	
3) $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}-\frac{1}{2}x^{2}-2x+c\ ;\ c\in\mathbb{R}$	0,75	

134

(*) الشعبة : خاص بامتحان البكالوريا / السلك: خاص بالامتحانات المهنية

الموضوع الثاني	العلامة: مجزأة	مجموع
تمرين 1: (03 نقاط)		
1)احتمال أن يكون التلميذ خارجيا هو: $\frac{600}{900}=\frac{2}{3}$	0,5	03
2)احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى هو: $\frac{250+100}{900}=\frac{7}{18}$	0,5	
3)احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا هو : $\frac{250}{900}=\frac{5}{18}$............	0,5	
4)احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى علما أنه خارجي. $\frac{250}{600}=\frac{5}{12}$ أو $\frac{5}{18}\times\frac{3}{2}=\frac{5}{12}$	0,75	
الحادثتان غير مستقلتين لأن: احتمال تقاطع الحادثتين هو $\frac{5}{18}$ و جداء احتماليهما هو: $\frac{7}{18}\times\frac{2}{3}=\frac{7}{27}$ و $\frac{7}{27}\neq\frac{5}{18}$	0,75	
تمرين 2: (05,5 نقطة)		
1) $u_1=\frac{2}{5}$ و $u_2=\frac{9}{25}$	0,25×2	05,5
2) $u_0>\frac{1}{3}$ محققة لأن: $\frac{1}{2}>\frac{1}{3}$	0,25	
نفرض $u_n>\frac{1}{3}$ ومنه $\frac{2}{5}\times u_n+\frac{1}{5}>\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$ أي: $u_{n+1}>\frac{1}{3}$	0,5	
وعليه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن: $u_n>\frac{1}{3}$	0,25	
3) (u_n) متناقصة تماما لأن : $u_{n+1}-u_n=\frac{-3}{5}(u_n-\frac{1}{3})<0$	0,75	
(u_n) متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل	0,5	
4) أ. $v_{n+1}=\frac{2}{5}v_n$....................	0,75	
إذن (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{5}$ و حدها الأول $v_0=\frac{1}{6}$....................	0,25×2	
ب. $v_n=\frac{1}{6}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ ، $u_n=\frac{1}{6}\left(\frac{2}{5}\right)^n+\frac{1}{3}$....................	0,5×2	
جـ. $\lim_{n\to+\infty}u_n=\frac{1}{3}$	0,5	

135

(*) الشعبة : خاص بامتحان البكالوريا / السلك: خاص بالامتحانات المهنية

تمرين 3: (4,5 نقطة) — 04,5

1) تمثيل سحابة النقط 1

2) النقطة المتوسطة $G(3\,;\,3{,}4)$ .... 0,5×2

تمثيل G 0,25

3) أ. معادلة المستقيم: $y=0{,}48x+1{,}96$ .... 0,5+0,75

ب. رسم المستقيم 0,5

4) من أجل $x=10$ رتبة 2015 نجد: $y=6{,}76$ (كمية الإنتاج المتوقعة بالطن) — 0,5

تمرين 4: (07 نقاط) — 07

1) $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x^2+1}=\dfrac{x^2+1}{x^2+1}+\dfrac{-x}{x^2+1}=1-\dfrac{x}{x^2+1}$ 0,5

2) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ .... 0,25×2

(C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=1$ 0,25

3) لدينا $f(x)-1=\dfrac{-x}{x^2+1}$ إذن لما $x>0$: (C) تحت (Δ)
و لما $x<0$: (C) فوق (Δ) 0,5

4) $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{(x^2+1)^2}$ وإشارته : (+ ، 0 عند -1 ، − ، 0 عند 1 ، +) 0,75

f متزايدة تماما على كل من $]-\infty\,;\,-1]$ و $[1\,;\,+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1\,;\,1]$ — 0,5

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	1	↗	$\frac{3}{2}$	↘	$\frac{1}{2}$	↗	1

0,5

5) $2-f(x)=f(-x)=1+\dfrac{x}{x^2+1}$ 0,75

النقطة $w\,(0,1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C) 0,25

6) رسم (Δ) و (C) .... 0,75+0,25

7) أ. $\displaystyle\int_0^1\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\left[\ln(x^2+1)\right]_0^1=\frac{\ln 2}{2}$ 0,75

ب. $\displaystyle A=4cm^2\times\int_0^1 f(x)dx=4cm^2\int_0^1\left(1-\frac{x}{x^2+1}\right)dx=(4-2\ln 2)cm^2$ 0,75